

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΟιδαΝικώ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 7 ΜΑΪΟΥ 2016
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ ΔΥΟ (2)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί την λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η εξίσωση $ax + b = 0$ έχει το πολύ μια πραγματική λύση.

β. Ισχύει ότι $|x - \alpha| = |\alpha - x|$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

γ. Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ είναι πάντοτε δευτέρου βαθμού.

δ. Αν $\alpha, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha + \beta$.

ε. Αν το άθροισμα δύο αριθμών είναι S και το γινόμενό τους είναι P, τότε αυτοί οι δύο αριθμοί είναι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - Sx + P = 0$.

Μονάδες 5x2=10

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η λύση της ανίσωσης $x^2 + 2x - 15 > 0$ είναι:

A. $(-5, 3)$ **B.** $(-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$ **Γ.** $[-5, 3]$ **Δ.** $(-\infty, -5] \cup (3, +\infty)$

2. Η λύση της ανίσωσης $x^2 - 4x - 12 \leq 0$ είναι:

A. $[-3, 4]$ **B.** $[-2, 6]$ **Γ.** $[3, 4]$ **Δ.** $(-2, 6]$ **Ε.** καμιά από τις προηγούμενες

3. Οι ρίζες της εξίσωσης $(x - 7)^2 = 25$ είναι:

A. 6,4 **B.** -8,4 **Γ.** 12,2 **Δ.** -12,2 **Ε.** καμιά από τις προηγούμενες

4. Οι λύσεις των ανισώσεων $2 \leq 8x - 1 \leq 6$ είναι:

A. $-\frac{5}{8} \leq x \leq \frac{3}{8}$ **B.** $\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{7}{8}$ **Γ.** $\frac{1}{8} \leq x \leq \frac{5}{8}$ **Δ.** $-\frac{7}{8} \leq x \leq \frac{1}{8}$

Ε. καμιά από τις προηγούμενες

5. Οι λύσεις της ανίσωσης $|2x - 4| < 2$ είναι:

Α. $x < \frac{1}{2}$ ή $x > 2$ Β. $\frac{1}{2} < x < 2$ Γ. $1 < x < 3$ Δ. $x < 1$ ή $x > 3$

Ε. καμιά από τις προηγούμενες

Μονάδες 5x5=25

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{9x^2 + 18x + 9}}{3|x+1|} + 2x$

B1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 8

B2. Να απλοποιήσετε τον τύπο της.

Μονάδες 8

B3. Να λύσετε την ανίσωση $f_{(x)}^{2015} \leq 0$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $\frac{\left|x - \frac{5}{12}\right| - 3}{2} = -\frac{13}{9} + \frac{\left|\frac{5}{12} - x\right|}{6}$ (1)

Γ1. να δείξετε ότι οι λύσεις της εξίσωσης (1) είναι $x = \frac{7}{12}$ και $x = \frac{1}{4}$

Μονάδες 8

Γ2. Δίνεται μια γεωμετρική πρόοδος (α_n) με πρώτο όρο την μικρότερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο $\lambda > 1$. Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του λ για τις οποίες η παράσταση $B = \alpha_3 - 4\alpha_2 - 5\alpha_1$ είναι αρνητικός αριθμός.

Μονάδες 12

Γ3. Για $\lambda = 2$ να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της παραπάνω γεωμετρικής προόδου.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται τα τριώνυμα $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ και $g(x) = \kappa x^2 + \lambda x + \mu$, με α, κ διαφορετικοί του μηδενός και με πραγματικούς συντελεστές για τα οποία ισχύει $|f(x)| + |g(x)| \leq 2016|x^2 - 7x + 12|$ για κάθε πραγματικό αριθμό x .

Δ1. Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(3)$ και $g(3)$. **Μονάδες 6**

Δ2. Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις $f(x) = 0$ και $g(x) = 0$ έχουν κοινές ρίζες

Μονάδες 4

Δ3. Να δείξετε ότι $\frac{1}{2}[f(5) + g(5)] = \alpha + \kappa$ [(μον.5)] **Μονάδες 9**

Να έχετε επιτυχία!