ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΕΚΑ (10)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. α

Α4. γ

Α5. α) Λάθος **β)** Σωστό **γ)** Λάθος **δ)** Σωστό **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Σωστή απάντηση η **ii**.

Ο παρατηρητής Α, αντιλαμβάνεται από την πηγή πριν την κρούση της συχνότητα f_1

$$f_1 = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{20}} f_s$$

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ για την κρούση των Σ_1, Σ_2

ΑΔΟ: (θετική φορά προς τα δεξιά)

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow mu = 2mu_\kappa \Rightarrow u_\kappa = \frac{u}{2} = \frac{u_H}{40}$$

Ο παρατηρητής Α, αντιλαμβάνεται από την πηγή μετά την κρούση της συχνότητα f_2

$$f_2 = \frac{u_H}{u_H + \frac{u_H}{40}} f_s$$

Διαιρώντας κατά μέλη:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{u_H + \frac{u_H}{40}}{u_H + \frac{u_H}{20}} = \frac{\frac{41 \cdot u_H}{40}}{\frac{21 \cdot u_H}{20}} = \frac{41}{42}$$

B2.

Σωστή απάντηση η **i**.

Από εξίσωση συνέχειας στα σημεία 1 και 2:

$$\Pi_\Delta = \Pi_\Gamma \Rightarrow u_\Delta A_1 = u_\Gamma A_2 \Rightarrow u_\Delta 2A_2 = u_\Gamma A_2 \Rightarrow 2u_\Delta = u_\Gamma$$

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli κατά μήκος οριζόντιος ροϊκής γραμμής από το Α στο Δ:

$$p_\Delta + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho u_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$$p_\Delta + \frac{1}{2}\rho u_\Delta^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho 4u_\Delta^2 \Rightarrow$$

$$p_\Delta = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho 3u_\Delta^2 \text{ (σχέση 1)}$$

Όμως στο σημείο Δ και στον κατακόρυφο σωλήνα λόγω ισορροπίας:

$$p_\Delta = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h \overset{(1)}{\Rightarrow} p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho 3u_\Delta^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h \Rightarrow \rho g h = \frac{1}{2}\rho 3u_\Delta^2 \Rightarrow h = \frac{3u_\Delta^2}{2g}$$

Στην δεξαμενή:

Επειδή η στάθμη στου νερού στη δεξαμενή σταθεροποιείται όσο νερό μπαίνει λόγω της παροχής του σημείου Γ, τόσο εξέρχεται λόγω της παροχής της οπής στο σημείο Ζ.

Από

$\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Rightarrow$ από Bernoulli που καταλήγει σε Torricelli $u_Z = \sqrt{2gH}$

$$A_2 u_\Gamma = u_Z A_3 \Rightarrow A_2 u_\Gamma = \sqrt{2gH} A_3 \Rightarrow$$

$$A_2 u_\Gamma = \sqrt{2gH}\frac{A_2}{2} \Rightarrow$$

$$u_\Gamma^2 = \frac{1}{4}2g\mathrm{H} \Rightarrow \mathrm{H} = \frac{2u_\Gamma^2}{g} = \frac{8u_\Delta^2}{g}$$

Άρα

$$\frac{h}{\mathrm{H}} = \frac{\frac{3u_\Delta^2}{2g}}{\frac{8u_\Delta^2}{g}} = \frac{3}{16}$$

Β3.

Σωστή απάντηση η **ii**.

Υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής (Ο).

$$\mathrm{I}_\rho = \frac{1}{3}ML^2 = 1kgm^2$$

Υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου μάζας ως προς τον άξονα περιστροφής (Ο).

$$\mathrm{I}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{1}{3}ML^2 + mL^2 = 1 + 1 = 2kgm^2$$

Εφαρμόζουμε Θ.Ε.Ε. για την κίνηση της ράβδου λόγω της F:

$$\mathrm{K}_{\tau\varepsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{I}_\rho\omega^2 - 0 = F\cdot L\cdot\theta \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\omega^2 = 9\pi\cdot 1\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = 3\pi\, rad/s$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Σ. για την κρούση:

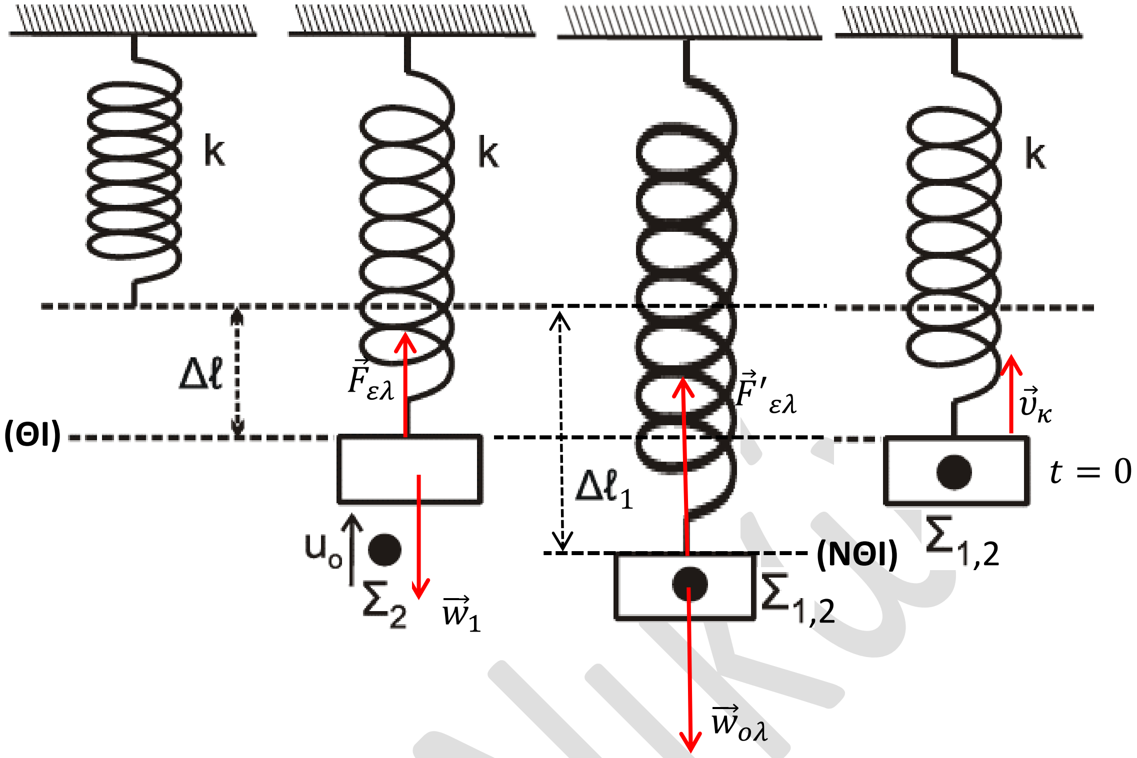
$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$\mathrm{I}_\rho\omega = \mathrm{I}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{5}{2}\pi\ rad/s$ (η ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση)

Από την γωνιακή ταχύτητα που παραμένει σταθερή

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{3}\sec$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1.

Από την θέση ισορροπίας του συστήματος Σ_1 - ελατήριο

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow m_1 g = k\Delta l \Rightarrow k\Delta l = \frac{10}{0,05} \Rightarrow k = 200N/m$$

Από την θέση ισορροπίας του συστήματος Σ_1, Σ_2 - ελατήριο

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow k\Delta l_1 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} = \frac{20}{200} = 0,1m$$

Άρα το πλάτος ταλάντωσης σύμφωνα με την εκφώνηση είναι:

$$\mathrm{A} = \Delta l_1 = 0,1m$$

Γ2.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. για την κρούση των m_1, m_2 με θετική φορά προς τα πάνω

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 u_0 = (m_1 + m_2)u_k \Rightarrow u_k = \frac{u_0}{2} \ (1)$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε.Τ. (η ταλάντωση ξεκινάει t = 0, x = 0,05 m = $\Delta l_1 - \Delta l$, με u > 0)

$$E_{\tau\alpha\lambda} = U + K \Rightarrow \frac{1}{2}k\mathrm{A}^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m_{o\lambda}u_k^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}200\cdot 0{,}1^2 = \frac{1}{2}200(0.05)^2 + \frac{1}{2}2u_k^2 \Rightarrow u_k = 0{,}5\sqrt{3}\,m/s$$

Άρα

$$u_0 \overset{(1)}{=} \sqrt{3}\,m/s$$

Και η κινητική ενέργεια του Σ_2 πριν την κρούση:

$$\mathrm{K}_2 = \frac{1}{2}m_2u_2^2 = 1{,}5\,J$$

Γ3.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2^{\,'} - \vec{p}_2 = 0{,}5\sqrt{3} - 0\sqrt{3} = -0{,}5\sqrt{3}\quad kg\cdot\frac{m}{s}$$

Το (-) δηλώνει φορά προς τα κάτω.

Γ4.

Για την ταλάντωση ισχύει t = 0, x = 0,05 m = $\Delta l_1 - \Delta l$, με u > 0

Άρα υπολογίζουμε την αρχική φάση

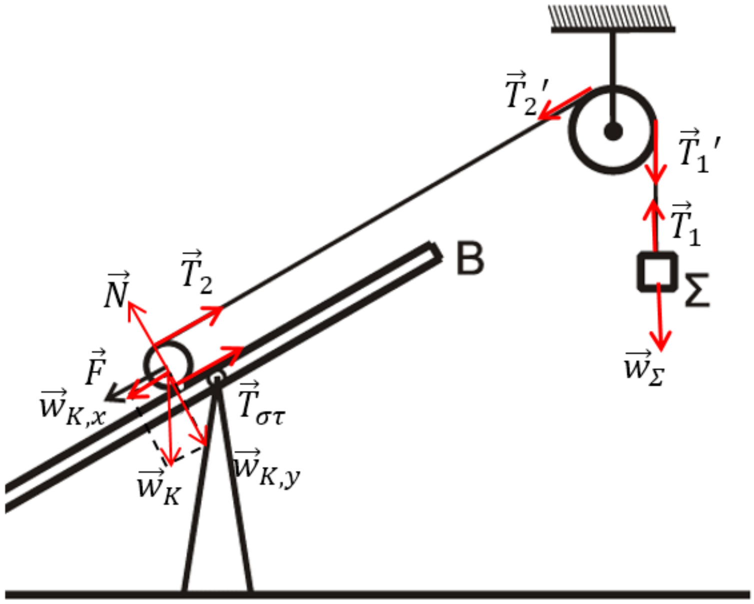
$$x = \mathrm{A}\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow 0{,}05 = 0{,}1\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6} \\ 2\kappa\pi + \dfrac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Δεκτή η $\varphi_0 = \pi/6$ rad για κ = 0, γιατί u = u_{max}συν(π/6) > 0, λόγω εκφώνησης

άρα

$x = 0{,}1\eta\mu(10t + \pi/6)$ (S.I.)

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Δ1.

Το σώμα Σ ισορροπεί:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w_\Sigma = \mathrm{T}_1 \Rightarrow \mathrm{T}_1 = 20\mathrm{N}$$

Λόγω αβαρούς μη εκτατού νήματος $\mathrm{T}_1 = \mathrm{T}_1^{'}$

Η τροχαλία ισορροπεί:

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow \mathrm{T}_2^{'} \cancel{R} = T_1^{'} \cancel{R} \Rightarrow T_2^{'} = 20N$$

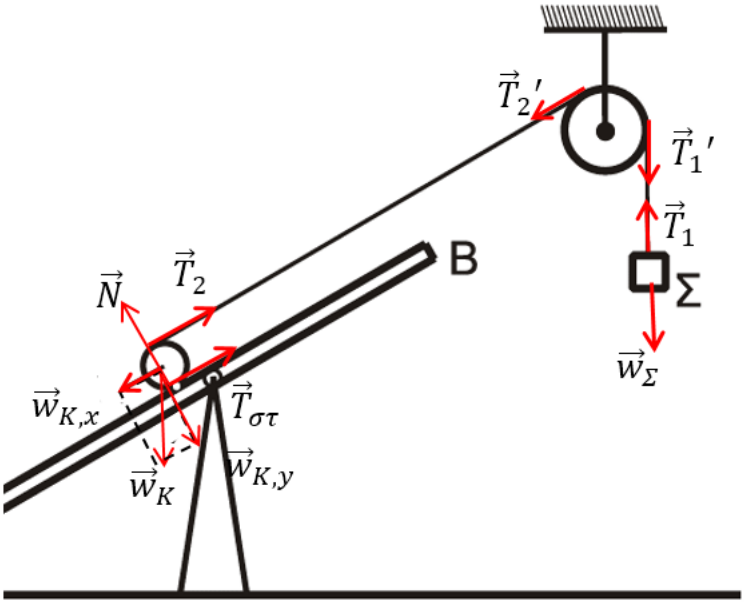
Λόγω αβαρούς μη εκτατού νήματος $\mathrm{T}_2 = \mathrm{T}_2^{'}$.

Ο κύλινδρος ισορροπεί:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + w_\kappa \eta\mu\varphi = T_2 + \mathrm{T}_{\sigma\tau} \overset{(1)}{\Rightarrow} F = 30\,N$$

$$\Sigma \tau_{(\kappa\acute{\varepsilon}\nu\tau\rho o)} = 0 \Rightarrow T_2 \cdot \cancel{R} = \mathrm{T}_{\sigma\tau} \cancel{R} \Rightarrow \mathrm{T}_{\sigma\tau} = \mathrm{T}_2 = 20\,N \quad (1)$$

Δ2.



Το Σ, το σχοινί και το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου (από όπου ξετυλίγεται το σχοινί) έχουν την ίδια ταχύτητα. Άρα $u_\Sigma = 2u_{cm,\kappa\upsilon\lambda\acute{\iota}\nu\delta\rho o\upsilon}$

$\alpha_\Sigma = \frac{du_\Sigma}{dt}$ και $\alpha_{\kappa\upsilon\lambda\acute{\iota}\nu\delta\rho o\upsilon} = \frac{du_{cm,\kappa\upsilon\lambda\acute{\iota}\nu\delta\rho o\upsilon}}{dt}$

Άρα $\alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm,\kappa\upsilon\lambda\acute{\iota}\nu\delta\rho o\upsilon} = 2\alpha_{cm}$ για συντομία

Για το Σ που εκτελεί μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F_x = M_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow w_\Sigma - T_1 = \mathrm{M}_\Sigma \alpha_\Sigma \Rightarrow 20 - T_1 = 2\alpha_\Sigma \quad (1)$$

Για την τροχαλία που εκτελεί στροφική κίνηση:

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}_{\tau\rho}\alpha_{\gamma\omega\nu,\tau\rho} \Rightarrow (T_1 - T_2)R_T = \frac{1}{2}M_T R_T^2 a_{\gamma\omega\nu,\tau\rho} \Rightarrow T_1 - T_2 = \alpha_\Sigma \quad (2)$$

γιατί $\alpha_{\Sigma} = \alpha_{επιτρόχιο,τροχαλίας} = \alpha_{γων,τρ} R_{\mathrm{T}}$

Για τον κύλινδρο που εκτελεί σύνθετη κίνηση:

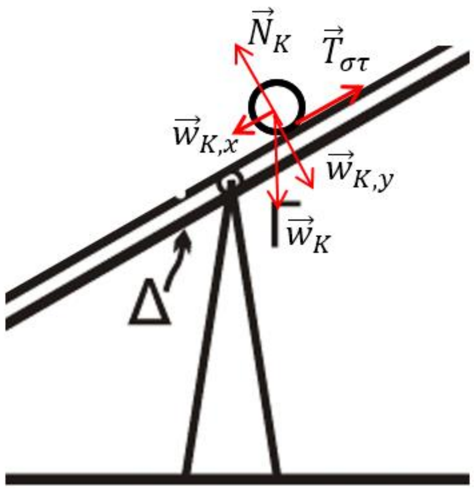
$$\Sigma F_x = M_\kappa \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 + \mathrm{T}_{\sigma\tau} - w_x = M_\kappa \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 + \mathrm{T}_{\sigma\tau} - 10 = 2\alpha_{cm} \quad (3)$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}_{κυλίνδρου}\alpha_{γων} \Rightarrow T_2 \cancel{R_\kappa} - \mathrm{T}_{\sigma\tau}\cancel{R_\kappa} = \frac{1}{2}M_\kappa R_\kappa^{\cancel{2}}\alpha_{\gamma\kappa} \Rightarrow T_2 - \mathrm{T}_{\sigma\tau} = \alpha_{cm} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} \quad (4)$$

$$(3)+(4): 2T_2 = \frac{3}{2}\alpha_\Sigma + 10 \Rightarrow T_2 = \frac{3\alpha_\Sigma}{4} + 5 \Rightarrow (1)+(2): 20 - \frac{3\alpha_\Sigma}{4} - 5 = 3\alpha_\Sigma$$

$$60 = 15\alpha_\Sigma \Rightarrow \alpha_\Sigma = 4 m/s^2$$

Δ3.



Ο κύλινδρος μετά το κόψιμο του σχοινιού κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω w_x και στατικής τριβής.

Υπολογίζουμε την ταχύτητα του κυλίνδρου την χρονική στιγμή 0,5sec που κόβεται το νήμα:

$υ_1=\alpha_{cm}t_1$ = 1m/s είναι η αρχική ταχύτητα της επιβραδυνόμενης κίνησης.

Υπολογίζουμε την καινούργια α_{cm}

$$\Sigma F_x = M_{\mathrm{K}}\alpha_{cm} \Rightarrow w_x - T_{\sigma\tau} = M_\kappa \alpha_{cm} \Rightarrow 10 - \mathrm{T}_{\sigma\tau} = 2\alpha_{cm}$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}\alpha_{γων} \Rightarrow \mathrm{T}_{\sigma\tau} R = \frac{1}{2}M_\kappa R^2 \alpha_{γων} \Rightarrow \mathrm{T}_{\sigma\tau} = \alpha_{cm}$$

Από το σύστημα

$$\alpha_{cm} = \frac{10}{3}\ m/s^2$$

Και για την ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, μέχρι να σταματήσει:

$$u_{cm} = u_{cm,0} - a_{cm}\Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,3\sec$$

Άρα t_2 = 0,3 + 0,5 = 0,8sec

Δ4.

Το διάστημα που διανύει μέχρι να σταματήσει:

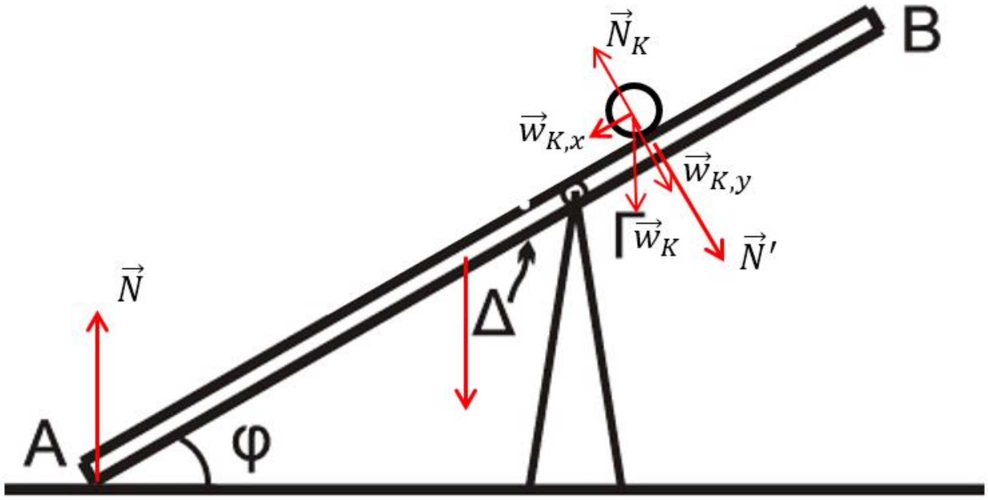
$$s_2 = \upsilon_o t - \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 = 1\cdot 0,3 - \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}0,09 = 0,15m$$

Το διάστημα στην πρώτη κίνηση μέχρι 0,5 sec είναι:

$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 0,25 = 0,25m$$

Άρα $s_{ολ}$ = 0,4m

Δ5.



Για να ελέγξουμε αν θα ανατραπεί η ράβδος, θα βρούμε τη συνολική ροπή που προκαλεί η δύναμη Ν' αντίδρασης του κυλίνδρου πάνω στη ράβδο ως προς το σημείο Γ του στηρίγματος, στη θέση όπου ο κύλινδρος ακινητοποιείται στιγμιαία και του βάρους της ράβδου:

$$\Sigma\tau = -N_{κυλίνδρου}\cdot 0,2 + W_{ράβδου,x}\cdot 0,5 = -20\cdot\sigma\upsilon\nu 30^0\cdot 0,2 + Mg\sigma\upsilon\nu 30^0\cdot 0,5 =$$
$$= -2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}\ \mathrm{N}m$$

Άρα η συνολική ροπή είναι θετική, άρα είναι μεγαλύτερη η ροπή του βάρους της ράβδου άρα δεν ανατρέπεται.

Εναλλακτικά, για να ελέγξουμε την ανατροπή της ράβδου, θα βρούμε την απόσταση x για την οποία θα είχαμε ανατροπή της ράβδου, θα έχανε δηλαδή την επαφή της με το σημείο Α του επιπέδου (Ν η δύναμη που ασκεί το επίπεδο στο σημείο Α της ράβδου).

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow w_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}\cdot 0,5\cdot \eta\mu 60^o - \mathrm{N}\cdot \Gamma\mathrm{A}\cdot \eta\mu 60^o = \mathrm{N}'\cdot x \Rightarrow$$

$$20\cdot 0,5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\mathrm{N}\cdot 2,5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}x \Rightarrow 5-\frac{5}{2}\mathrm{N}=10x \Rightarrow$$

$$\frac{5}{2}\mathrm{N}=5-10x \Rightarrow \mathrm{N}=2-4x$$

Για $\mathrm{N}\geq 0$ θα έπρεπε $2-4x\geq 0 \Rightarrow 2\geq 4x \Rightarrow x\leq 0,5m$ από το σημείο Γ.

Άρα ο κύλινδρος θα έπρεπε να φτάσει σε απόσταση 0,7 από το σημείο Δ για να ανατραπεί η ράβδος. Όμως ο κύλινδρος θα σταματήσει σε απόσταση 0,4m από το σημείο Δ, επομένως δεν θα ανατραπεί η ράβδος.

Επιμέλεια: Ομάδα Φυσικών Φροντιστηρίου ΟιδαΝικώ