ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΟιδαΝικώ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΑΒΒΑΤΟ 7 ΜΑΪΟΥ 2016
Α Π Α Ν Τ Η Σ Ε Ι Σ

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α. Λάθος **β.** Σωστό **γ.** Λάθος **δ.** Λάθος **ε.** Σωστό

Α2.

1 Β, **2** Β, **3** Γ, **4** Β, **5** Γ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Για να ορίζεται η f πρέπει $|x+1| \neq 0$ άρα $x \neq -1$ και

$9x^2+18x+9 \geq 0 \Leftrightarrow 9(x^2+2x+1) \geq 0 \Leftrightarrow 9(x+1)^2 \geq 0$ που ισχύει για κάθε $x \in R$

οπότε $D_f = (-\infty,-1) \cup (-1,+\infty)$

Β2.

$$f(x) = \frac{\sqrt{9x^2+18x+9}}{3|x+1|} + 2x = \frac{\sqrt{9(x+1)^2}}{3|x+1|} + 2x$$

$$= \frac{3|x+1|}{3|x+1|} + 2x = 1 + 2x$$

Β3.

$$f_{(x)}^{2015} \leq 0 \Leftrightarrow (2x+1)^{2015} \leq 0 \Leftrightarrow 2x+1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι $\left|\frac{5}{12}-x\right|=\left|-\left(x-\frac{5}{12}\right)\right|=\left|x-\frac{5}{12}\right|$. Θέτω $\left|x-\frac{5}{12}\right|=a$ με $a>0$, άρα έχουμε:

$$\frac{\left|x-\frac{5}{12}\right|-3}{2}=-\frac{13}{9}+\frac{\left|\frac{5}{12}-x\right|}{6}\Leftrightarrow 18\cdot\frac{a-3}{2}=-18\cdot\frac{13}{9}+18\cdot\frac{a}{6}\Leftrightarrow$$

$$9(a-3)=-2\cdot 13+3a\Leftrightarrow 9a-27=-26+3a\Leftrightarrow 9a-3a=27-26$$

$$\Leftrightarrow 6a=1\Leftrightarrow a=\frac{1}{6}$$

Οπότε, $a=\frac{1}{6}\Leftrightarrow\left|x-\frac{5}{12}\right|=\frac{1}{6}\Leftrightarrow\begin{cases}x-\frac{5}{12}=\frac{1}{6}\\ x-\frac{5}{12}=-\frac{1}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{7}{12}\\ x=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}\end{cases}$.

Γ2.

$$A<0\Leftrightarrow \alpha_3-4\alpha_2-5\alpha_1<0\Leftrightarrow \alpha_1\lambda^2-4\alpha_1\lambda-5\alpha_1<0\Leftrightarrow \alpha_1(\lambda^2-4\lambda-5)<0\overset{\alpha_1>0}{\Leftrightarrow}$$

$$\lambda^2-4\lambda-5<0\Leftrightarrow -1<\lambda<5$$

όμως $\lambda>1$ και $\lambda\in Z$ οπότε $\lambda=2,\lambda=3,\lambda=4$

Γ3. $S_{10}=\alpha_1\frac{\lambda^{10}-1}{\lambda-1}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2^{10}-1}{2-1}=\frac{1023}{4}$

ΟιδαΝικώ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η (1) ισχύει για κάθε $x \in R$, οπότε για x=3 έχουμε

$$|f(3)|+|g(3)| \le 2016\left|3^2-7\cdot 3+12\right| \Leftrightarrow |f(3)|+|g(3)| \le 0$$

άρα $\left\{\begin{array}{l} |f(3)|=0 \\ \kappa\alpha\iota \\ |g(3)|=0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(3)=0$ και g(3)=0

Δ2. Με παρόμοιο τρόπο προκύπτει ότι f(4)=g(4)=0 άρα οι αριθμοί 3 και 4 είναι κοινές ρίζες των εξισώσεων f(x)=0 και g(x)=0. Επειδή αυτές είναι δευτέρου βαθμού οι εξισώσεις δεν έχουν άλλη κοινή ρίζα.

Δ3. Τα τριώνυμα f(x) και g(x) γράφονται

$f(x)=a(x-4)(x-3)$ και $g(x)=\kappa(x-3)(x-4)$

αφού έχουν ρίζες του αριθμούς 4 και 3

Άρα

$$\frac{1}{2}(\mathrm{f}(5)+g(5))=\frac{1}{2}(a(5-4)(5-3)+\kappa(5-4)(5-3))$$

$$=\frac{1}{2}(2\alpha+2\kappa)=\frac{1}{2}\cdot 2(\alpha+\kappa)=\alpha+\kappa$$